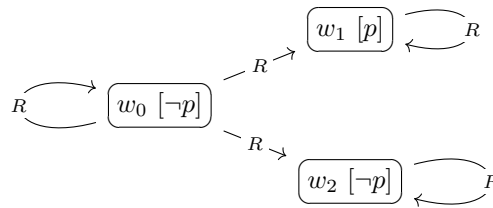


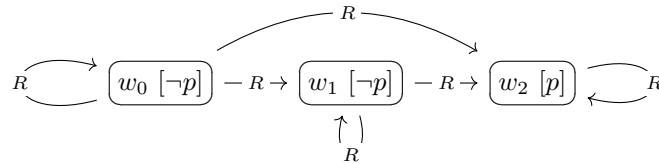
Przypomnienie: język i semantyka modalnych rachunków zdań, tabele analityczne

Aksjomat	Relacja	
T	$\Box A \rightarrow A$	zwrotność
4	$\Box A \rightarrow \Box \Box A$	przechodniość
E	$\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$	euklidesowość
B	$A \rightarrow \Box \Diamond A$	symetryczność
3	$\Box(\Box A \rightarrow B) \vee \Box(\Box B \rightarrow A)$	spójność
D	$\Box A \rightarrow \Diamond A$	seryjność
2	$\Diamond \Box A \rightarrow \Box \Diamond A$	konfluencja (C-R)
W, GL	$\Box(\Box A \rightarrow A) \rightarrow \Box A$	brak nieskończonych łańcuchów i przechodniość

Rysunek 1: model 1



Rysunek 2: model 2



1. Znajdujesz się na Wyspie Rycerzy i Łotrów, gdzie rycerze zawsze mówią prawdę, zaś łotrzy zawsze kłamią. Ponadto zakładamy, że jesteś *myślakiem typu I*, tj.: (1) znasz wszystkie tautologie klasycznego rachunku zdań, (2) dla dowolnych dwóch zdań X oraz Y , jeśli wiesz, że X oraz wiesz, że $X \rightarrow Y$, to wiesz, że Y . Czy jest możliwe aby pewien mieszkaniec wyspy powiedział do ciebie:

Nigdy nie dowiesz się, że jestem rycerzem. ?

2. Zdefiniuj pojęcia *struktura modelowa*, *wartościowanie na strukturze modelowej* oraz *model*.
3. Opisz formalnie modele z rysunków 1 oraz 2.
4. Określ wartości logiczne poniższych formuł w poszczególnych światach modelu 1 ($i \in \{0, 1, 2\}$).
 - (a) $V(w_i, p \vee \Box \neg p)$
 - (b) $V(w_i, \Box \neg p \vee \Box \Diamond p)$
 - (c) $V(w_i, \Box(p \rightarrow \Box(p \vee \neg p)))$
 - (d) $V(w_i, \Diamond(p \vee \neg p))$
5. Określ wartości logiczne poniższych formuł w poszczególnych światach modelu 2 ($i \in \{0, 1, 2\}$).
 - (a) $V(w_i, \Box \Diamond p \rightarrow p)$
 - (b) $V(w_i, p \rightarrow \Box \Diamond p)$
 - (c) $V(w_i, \Box p \rightarrow \Box \Diamond p)$
 - (d) $V(w_i, \Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p)$

6. Skonstruuj tablele analityczną dla każdego z aksjomatów specyficznych normalnych logik modalnych omawianych na ćwiczeniach (K, T, D, 4, B, E, 3, 2).
7. Sprawdź, używając metody tabel analitycznych, czy następujące formuły są tezami logik K, T, D, S4, S5. Jeśli dojdiesz do wniosku, że dana formuła nie jest tezą jednej z wymienionych logik, skonstruuj dla niej kontrmodel.
 - (a) $\Box(p \wedge q) \rightarrow (\Box p \wedge \Box q)$ (sprawdź w K)
 - (a) $(\Box p \wedge \Box q) \rightarrow \Box(p \wedge q)$ (sprawdź w K)
 - (a) $\Diamond\Diamond p \rightarrow \Diamond p$ (sprawdź w D oraz S4)
 - (b) $\Box((p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)))$ (sprawdź w K, T, D)
 - (c) $\Diamond\Box p \rightarrow \Box\Diamond p$ (sprawdź w S4, S5)
 - (d) $\Box\Diamond p \rightarrow \Diamond\Box p$ (sprawdź w S4, S5)