1. Zdefiniuj pojęcie *zasięgu kwantyfikatora.* Wskaż zasięgi poszczególnych kwantyfikatorów w poniższych formułach:

   (a) $\exists x_1 \forall x_2 (P_1^2(x_1, x_2) \to P_1^2(x_1, x_2))$

   (b) $\exists x_1 (\forall x_2 P_1^2(x_1, x_2) \to P_1^2(x_1, x_2))$

   (c) $\exists x \neg (P(x, y) \to \forall y P(x, y))$

   (d) $(\exists x \neg P(x, y) \to \forall y P(x, y))$

   (e) $\forall x P(x, f(y, z)) \to \neg \exists y \, [\forall z Q(y, f(z, y)) \vee P(z, f(x, x))]$

   Zwróć uwagę na konwencje dotyczące sposobu zapisywania formuł.

   Zwróć uwagę na różnicę pomiędzy *zmienną* i *wystąpieniem zmiennej na konkretnym miejscu w formule zdaniowej.*

   Wskaż na których miejscach poszczególne zmienne są związane/wolne.

   Wskaż które zmienne są związane/wolne w formule?

2. Dokonaj odpowiednich parafraz i przedstaw schematy poniższych wypowiedzi w języku KRP:

   (a) Bycie prostolinijnym wyklucza się z hipokryzją.

   (b) Dla każdej liczby rzeczywistej x, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

   (c) Łotysz, Litwin, Estończyk w żadnym razie nie jest Słowianinem.

   (d) Alfabety dzielą się na fonetyczne oraz obrazkowe.

   (e) Jeśli nikt się nie przyzna, to ktoś poniesie karę.

   (f) Pomiędzy Zatoką Św. Wawrzyńca a Montrealem leżą jakieś niewielkie osady.

   (g) Co trapi Pawła, cieszy Gawła, i zresztą także na odwrót.

   (h) Nic nie zdoła stworzyć samego siebie.

   (i) Sokrates nie był jedynym sofistą, który nauczał.

   (j) Istnieje co najwyżej jedno mocarstwo.

3. **Wykonaj** podane **podstawienie** termu τ za zmienną x_i do formuły A.

   (a) $\tau = f(x, g(y)),\ \ x_i = y,\ \ A = P(x, y) \to Q(y, x)$

   $A[x_i/\tau] =$

   (b) $\tau = f(x, g(y)),\ \ x_i = y,\ \ A = P(x, y) \wedge \exists y Q(y, x)$

   $A[x_i/\tau] =$

   (c) $\tau = f(x, g(y)),\ \ x_i = y,\ \ A = \forall x(P(x, y) \wedge \exists y Q(y, x))$

   $A[x_i/\tau] =$

   A teraz rozstrzygnij, czy term τ jest poprawnie podstawialny za x_i do formuły A, tzn. czy jest podstawialny za x_i do formuły A *bez kolizji zmiennych* (po angielsku: *term τ is free for x_i in A*).

4. Niech formuła zdaniowa $A = P(x, y)$ reprezentuje zdanie *x jest większe niż y*. Załóżmy ponadto, że zmienne indywiduowe odnoszą się do liczb naturalnych. Rozważ $\exists x P(x, y)$ (tj. *coś jest większe niż y*) oraz wynik podstawienia:

   $\exists x P(x, y)[y/f(x)] =$

   gdzie $f(x)$ reprezentuje funkcję następnika, tj. $f(x) = x + 1$.

   Jaką to nasuwa refleksję na temat zastosowania reguły podstawiania?