

**Instrukcje:**

- Aby sprawdzić, czy formuła  $A$  jest **tautologią**, budujemy tabelę analityczną dla formuły sygnowanej  $\mathbf{F}A$ .
- Aby sprawdzić, czy formuła  $A$  jest **kontrtautologią**, budujemy tabelę analityczną dla formuły sygnowanej  $\mathbf{T}A$ .
- Aby sprawdzić, czy układ przesłanek  $A_1, \dots, A_n$  jest **sprzeczny**, budujemy tabelę analityczną rozpoczynającą się od założeń:

$$\mathbf{T}A_1$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{T}A_n$$

- Aby sprawdzić, czy schemat wnioskowania o przesłankach  $P_1, \dots, P_n$  i wniosku  $W$  jest **niezawodny**, budujemy tabelę analityczną dla formuły sygnowanej

$$\mathbf{F} (P_1 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow W$$

albo, równoważnie, tabelę analityczną rozpoczynającą się od założeń:

$$\mathbf{T}P_1$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{T}P_n$$

$$\mathbf{F}W$$

W każdym przypadku, tabela analityczna, której wszystkie gałęzie są zamknięte, stanowi pozytywne rozstrzygnięcie danego zagadnienia.

### Zadania:

1. Odpowiedz sobie na pytanie **dłaczego to działa?** (Tzn. dlaczego jest tak, że „W każdym przypadku, tabela analityczna, której wszystkie gałęzie są zamknięte, stanowi pozytywne rozstrzygnięcie danego zagadnienia.”)

2. Sprawdź, czy poniższe formuły są tautologiami:

(a)  $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

(b)  $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (p \rightarrow s)$

(c)  $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (((\neg q \wedge r) \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow s))$

(d)

$$\begin{aligned} & ((p \wedge q) \wedge r) \vee ((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee ((p \wedge \neg q) \wedge r) \vee ((p \wedge \neg q) \wedge \neg r) \vee \\ & \vee ((\neg p \wedge q) \wedge r) \vee ((\neg p \wedge q) \wedge \neg r) \vee ((\neg p \wedge \neg q) \wedge r) \vee ((\neg p \wedge \neg q) \wedge \neg r) \end{aligned}$$

Ostatni przykład porównaj z tabelką prawdziwościową (metoda zero-jedynkowa wprost) dla tej samej formuły.

3. Sprawdź, czy poniższe formuły są kontrtautologiami:

(a)  $(\neg p \vee \neg q) \wedge ((q \rightarrow p) \wedge q)$

(b)  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \rightarrow s)$

(c)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg((p \vee r) \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r))$

4. Zbadaj, które z podanych niżej układów przesłanek reprezentują sprzeczne układy zdań.

(a)  $p \wedge \neg r, p \rightarrow q, q \rightarrow r$

(b)  $p \rightarrow q, r \rightarrow p, r \rightarrow \neg q$

(c)  $\neg(\neg p \vee q), q \vee \neg r, p \rightarrow r$

(d)  $p \rightarrow q, \neg r \leftrightarrow q, p \vee r$

(e)  $p \vee \neg q, r \rightarrow q, \neg(s \wedge \neg r), s \wedge \neg p$

5. Zbadaj, czy poniższe wnioskowania są dedukcyjne.

(a) *Jeśli Jan nie lubi logiki, to zarazem twierdzi, że ma zainteresowania humanistyczne i że znajomość logiki jest humanistom niepotrzebna. Zatem jeśli Jan twierdzi, że ma zainteresowania humanistyczne, to uważa, że znajomość logiki jest humanistom niepotrzebna.*

(b) *Jeżeli nieprawda, że zarazem księżniczka pocałuje żabę i żaba zamieni się w księcia, to żaba nie jest ropuchą. Nieprawda, że jeżeli żaba jest ropuchą, to księżniczka ją pocałuje. Ponadto żaba jest ropuchą i nieprawda, że zamieni się w księcia. Zatem Shrek kocha Fionę.*