

Semantyka KRZ: definiowanie spójników

1. Przyjmując następujące równoważności:

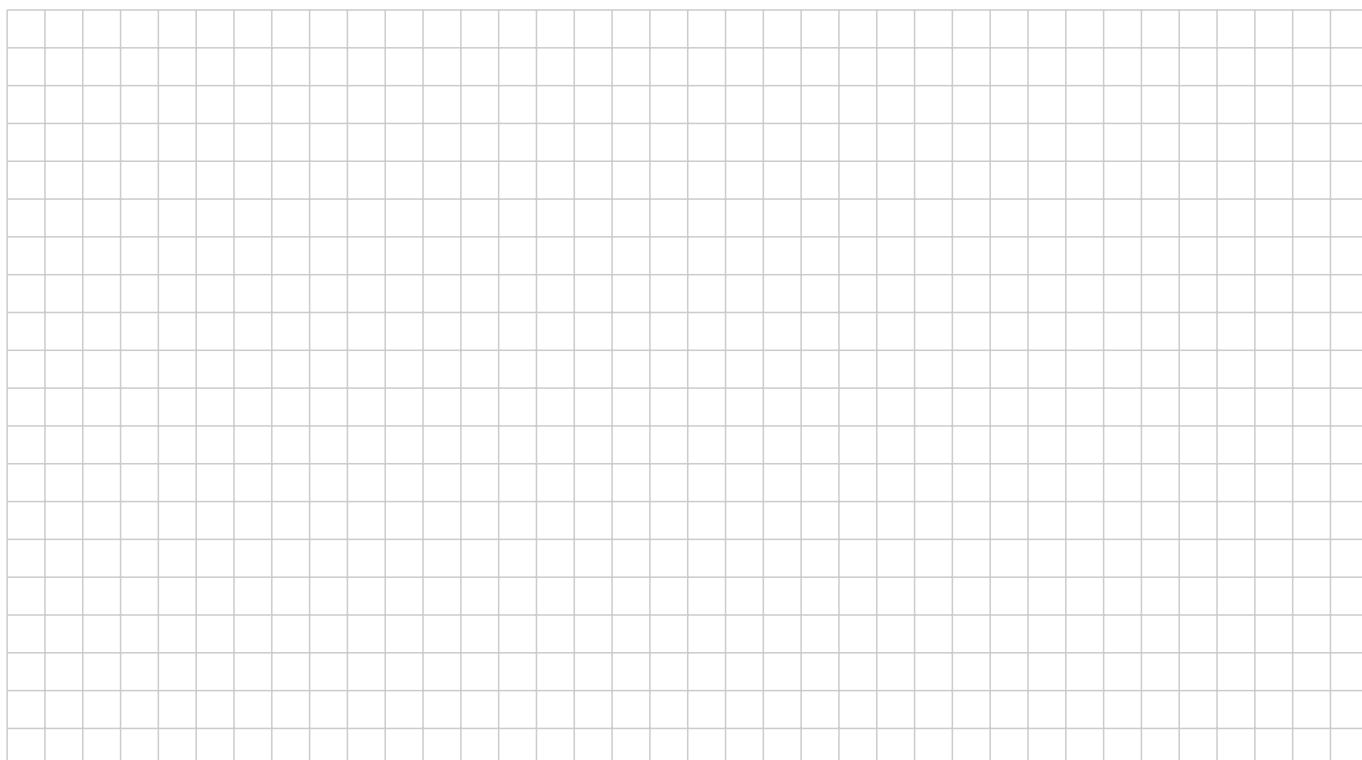
$$\neg\exists x\neg A \iff \forall xA$$

$$\neg\forall x\neg A \iff \exists xA$$

oraz standardowe znaczenie spójników sprawdź, czy podane formuły są równoważne.

(a) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ oraz $\neg\exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$,

(b) $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$ oraz $\neg\forall x(P(x) \wedge Q(x))$.



Semantyka KRZ: powtarzamy pojęcia

1. Czym różni się *formuła języka KRZ* od *wyrażenia języka KRZ*?
2. Czy dwa różne wartościowania zawsze przyporządkowują tej samej formule dwie różne wartości logiczne? Jeżeli tak, uzasadnij. Jeżeli nie, podaj kontrprzykład.
3. Formuła A jest tautologią. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:
 - (a) dla każdego wartościowania $v: v(A) = 1$
 - (b) istnieje wartościowanie $v: v(A) = 1$
 - (c) istnieje wartościowanie $v: v(A) = 0$
 - (d) Istnieje formuła równoważna z A , która nie jest tautologią.

4. Formuła A jest kontrtautologią. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:
- (a) dla każdego wartościowania $v: v(A) = 0$
 - (b) istnieje wartościowanie $v: v(A) = 1$
 - (c) istnieje wartościowanie $v: v(A) = 0$
 - (d) Formuła $\neg A$ nie jest tautologią.
5. Formuła A nie jest ani tautologią, ani kontrtautologią. Wybierz prawdziwe stwierdzenia:
- (a) dla każdego wartościowania $v: v(A) = 0$
 - (b) dla każdego wartościowania $v: v(A) = 1$
 - (c) istnieje wartościowanie $v: v(A) = 1$
 - (d) istnieje wartościowanie $v: v(A) = 0$
 - (e) Formuła $A \vee \neg A$ nie jest ani tautologią, ani kontrtautologią.
6. Dana jest formuła A i skończony zbiór formuł X . Formuła A wynika logicznie ze zbioru formuł X wtw gdy:
- (a) istnieje wartościowanie v takie, że $v(A) = 1$ oraz wszystkie elementy zbioru X są przy tym wartościowaniu prawdziwe.
 - (b) dla dowolnego wartościowania $v: v(A) = 1$ oraz wszystkie elementy zbioru X są przy tym wartościowaniu prawdziwe.
 - (c) dla dowolnego wartościowania v : jeżeli wszystkie elementy zbioru X są fałszywe, to $v(A) = 0$.
 - (d) dla dowolnego wartościowania v : jeżeli wszystkie elementy zbioru X są prawdziwe, to $v(A) = 1$.
7. Dany jest skończony zbiór formuł X , który jest sprzeczny. Wybierz wszystkie stwierdzenia niewątpliwie prawdziwe.
- (a) nie istnieje wartościowanie v , przy którym wszystkie elementy zbioru X są jednocześnie prawdziwe.
 - (b) przy dowolnym wartościowaniu v wszystkie elementy zbioru X są jednocześnie fałszywe.
 - (c) koniunkcja formuł będących elementami X nie jest tautologią.
 - (d) istnieje wartościowanie v , przy którym wszystkie elementy zbioru X są jednocześnie fałszywe.
 - (e) dowolna formuła wynika logicznie ze zbioru X .
 - (f) koniunkcja formuł będących elementami X jest kontrtautologią.