1. Czy poniższe wnioskowanie jest dedukcyjne? Jak możemy to sprawdzić?
   (a) Jeśli Zosia uczy się logiki, to jeśli jej poglądy są wewnętrznie sprzeczne, to je zmieni. Jeśli Zosia zmieni poglądy, to straci autorytet. Jeśli zatem poglądy Zosi są wewnętrznie sprzeczne, lecz Zosia nie uczy się logiki, to nie straci autorytetu. (przykład z: B. Stanosz, *Ćwiczenia z logiki*, 2005, PWN)
2. Zbuduj tabelę prawdziwościową dla spójnika #.
3. Pod pojęciem n-argumentowej ($n \geqslant \mathbf{1}$) funkcji prawdziwościowej rozumiemy funkcję n zmiennych przebiegających zbiór $\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ i o wartościach należących do zbioru $\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$. Które z poniższych zbiorów są funkcjami prawdziwościowymi? Uzasadnij odpowiedzi (proszę sprawdzić czy podane zostało każde wartościowanie i czy każde wartościowanie ma przypisaną <u>jedną</u> wartość logiczną).
   (a) $R_1 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (b) $R_2 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (c) $R_3 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (d) $R_6 = \{\langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle, \mathbf{1}\rangle, \langle\langle \mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle, \mathbf{0}\rangle\}$
   (e) $R_8 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\rangle, \langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
   (f) $R_9 = \{\langle \mathbf{1}, \mathbf{0}\rangle, \langle \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \mathbf{0}\rangle, \langle \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle\}$
4. Podaj liczbę wszystkich jednoargumentowych oraz dwuargumentowych funkcji prawdziwościowych w klasycznym rachunku zdaniowym. Podaj i opisz wzór pozwalający na określenie liczby n-argumentowych spójników w k-wartościowej logice.
5. Jakie warunki muszą być spełnione, by dany zbiór funkcji prawdziwościowych był adekwatny (lub funkcyjnie kompletny)? Podaj przykład najmniejszego/2-elementowego/3-elementowego takiego zbioru.
6. Zdefiniuj spójnik # (np. $\leftarrow$) wykorzystując spójniki $\star$ i $\bullet$ (np. $\neg$ i $\wedge$).
7. Zdefiniuj spójnik # wykorzystując spójnik $\star$ (proszę skupić się na binegacji i kresce Schaeffera).
8. Niech $\mathbf{v}$ będzie dowolnym ale ustalonym wartościowaniem, metazmienne A, B niech oznaczają formuły języka KRZ, zaś X – zbiór takich formuł. Wybierzcie wszystkie prawdziwe stwierdzenia. (tutaj wykorzystujemy definicję wynikania i zwracamy uwagę na kwantyfikator)
   (a) Jeśli $B \models_{KRZ} A$ oraz B jest tautologią/kontrtautologią/spełnialna w KRZ, to:
      [ ] $\mathbf{v}(A) = 1$;
      [ ] dla każdego $\mathbf{v}$: $\mathbf{v}(A) = 1$;
      [ ] istnieje $\mathbf{v}$ takie, że $\mathbf{v}(A) = 0$;
      [ ] dla dowolnej formuły C: $B \models_{KRZ} C$.
   (b) Jeśli $X \models_{KRZ} A$ i wszystkie formuły ze zbioru X są fałszywe/prawdziwe przy wartościowaniu $\mathbf{v}$, to:
      [ ] $\mathbf{v}(A) = 0$ lub $\mathbf{v}(A) = 1$;
      [ ] dla każdego $\mathbf{v}$: $\mathbf{v}(A) = 1$;
      [ ] A jest kontrtautologią/tautologią;
      [ ] jeśli $C \in X$, to dla dowolnej formuły/istnieje formuła D: $\mathbf{v}(C \to D) = 1$.
   (c) Istnieje wartościowanie/Dla każdego wartościowania $\mathbf{v}$ takie/takiego, że wszystkie elementy X są prawdziwe przy wartościowaniu $\mathbf{v}$ oraz $\mathbf{v}(A) = 1$. Czy na tej podstawie możemy stwierdzić, czy $X \models_{KRZ} A$? Odpowiedź uzasadnijcie.
9. Sformułuj przesłankę (lub przesłanki), po dołączeniu której podane niżej wnioskowanie stanie się dedukcyjne. Uzasadnij.
   (a) *Możliwości terapeutyczne współczesnej medycyny są ograniczone. Zatem zapobieganie chorobom jest warunkiem koniecznym przedłużenia życia ludzkiego.*
10. Podaj przykład niezawodnego/zawodnego schematu wnioskowań.

11. Używając metody tabel analitycznych, sprawdź czy formuła/zanegowana formuła A jest tautologią KRZ.
    (a) $((p \downarrow q) \uparrow \neg(p \downarrow q)) \leftarrow (p \uparrow (p \uparrow p))$
    (b) $(\neg p \vee \neg q) \leftrightarrow \neg(p \wedge q)$
    (c) $p \wedge q \rightarrow q \wedge p$
    (d) $p \rightarrow (q \rightarrow \neg(p \uparrow q))$
    (e) $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
    (f) $p \rightarrow (p \vee q)$
    (g) $p \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg q)$
    (h) $(r \rightarrow s) \vee ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow s)))$
    (i) $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
    (j) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p)$
    (k) $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \wedge \neg p)$
    (l) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p)$
    (m) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p)$
    (n) $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg(p \rightarrow \neg p))$
    (o) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \wedge p) \rightarrow (r \wedge q))$
    (p) $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow p)$
    (q) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
    (r) $\neg(\neg(p \vee q) \not\vee (\neg p \wedge \neg q))$
    (s) $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
12. Używając metody tabel analitycznych, sprawdź czy formuła/zanegowana formuła A jest kontrtautologią KRZ.
13. Używając metody tabel analitycznych, sprawdź czy podany układ przesłanek reprezentuje sprzeczny układ zdań.
14. Używając metody tabel analitycznych, sprawdź czy podane wnioskowanie jest dedukcyjne.